

# Aplicación de balances de masa y energía al proceso de fermentación en estado sólido de bagazo de caña de azúcar con *Aspergillus niger*

Julio Cesar Dustet Mendoza, Elena Izquierdo Kulich

Grupo de Biotecnología Aplicada, Centro de Estudios de Ingeniería de Procesos (cipro)  
Facultad de Ingeniería Química, Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, ISPJAE  
Calle 114, No. 11901, e/ 119 y 127. Marianao. Ciudad de La Habana, Cuba  
E-mail: jcdm@quimica.cujae.edu.cu

## RESUMEN

En el trabajo se presenta un modelo matemático de dispersión que permite describir el comportamiento temporal del perfil de temperatura del aire y de otras variables importantes que caracterizan los procesos de fermentación en estado sólido con respecto a la altura de la cama de sólidos en dependencia del flujo de aire alimentado al sistema. El modelo está compuesto por ecuaciones fenomenológicas de balances de agua y energía, ecuaciones termodinámicas, ecuaciones cinéticas y ecuaciones auxiliares. Como sistema experimental para validar las consideraciones del modelo se seleccionó una fermentación de bagazo de caña con un hongo celulolítico *Aspergillus niger* en un biorreactor de geometría rectangular con dimensiones 0.2 m de ancho, 0.54 m de largo y 0.8 m de altura. El criterio de validación adoptado fue la comparación entre las temperaturas de salida del aire medida experimentalmente y predicha por el modelo. El mayor por ciento de error relativo obtenido fue 1.6. Los parámetros del proceso calculados por el modelo como la velocidad de consumo de oxígeno, los coeficientes de rendimiento biomas-oxígeno, agua-oxígeno y sustrato-oxígeno son comparables con los reportados en la literatura para un proceso similar.

**Palabras claves:** fermentación en estado sólido, modelación matemática, *Aspergillus niger*

*Biotecnología Aplicada* 2004;21:85-91

## ABSTRACT

**Application of mass and energy balances to the solid state fermentation process of sugar cane bagasse by *Aspergillus niger*.** A mathematical model of dispersion to describe the temperature profile and its temporal behaviour is presented in this paper. Additional variables that describe solid state fermentation process related to bed height and gas flow are also considered. Model is integrated by phenomenological equations of water and energy balance, thermodynamic, kinetic and auxiliary equations. An experimental system was selected to validate model assumptions: fermentation of sugar cane bagasse with a cellulolytic fungi *Aspergillus niger* in a bioreactor of rectangular geometry of 0.54 meters long, 0.2 meters width and 0.8 meters high. Validating criteria was established taking into account the experimental average air outlet temperature and the predicted one. The highest error percent obtained was 1.6. Process parameters calculated by model, such as oxygen consumption velocity, yield coefficients of oxygen-biomass, water-oxygen and substrate - oxygen are very similar to the ones reported in scientific literature for a similar case.

**Keywords:** solid state fermentation, mathematical modeling, *Aspergillus niger*

## Introducción

La fermentación en estado sólido consiste en el crecimiento de microorganismos sobre partículas sólidas en ausencia de agua libre en el sistema. El agua se encuentra ligada de una forma compleja a la matriz sólida, ya sea adsorbida en la superficie de las partículas o atrapada dentro de la región capilar del sólido [1-3]. Cuando los microorganismos son aerobios es necesario alimentar al sistema con un determinado flujo de aire, el cual, además de suministrar el oxígeno necesario, contrarresta el incremento de temperatura que se produce por la generación de calor metabólico. De esta forma se garantiza que las condiciones de operación sean más adecuadas para el crecimiento del cultivo. No obstante, la extracción de calor metabólico puede convertirse en un problema serio cuando se trabaja a escala de producción, la velocidad de crecimiento de los microorganismos es menor que en la fermentación sumergida y su aplicación se encuentra limitada a microorganismos (fundamentalmente

hongos) que pueden desarrollarse en ambientes de baja humedad [4-6].

La fermentación en estado sólido es una alternativa económica para el tratamiento de residuos orgánicos sólidos, pues no se originan cantidades importantes de desechos líquidos ni sólidos y el producto total puede ser aprovechado como acondicionador de suelos. Por otra parte, este tipo de proceso puede ser empleado para elevar el contenido de proteína en sólidos orgánicos que se utilizan como fuente de alimento animal, de manera que constituye una vía alternativa para el empleo de fuentes más económicas que las tradicionales [7, 8].

Una de las dificultades que presenta el proceso de fermentación en estado sólido está dada por el hecho de que, generalmente, no se disponen de ecuaciones prestablecidas que permitan llevar los resultados de nivel de laboratorio a una escala industrial, lo cual se debe a la complejidad de los fenómenos involucrados, relacionados con los procesos biológicos que ocurren,

1. Moo-Young M, Moreira AR, Tengerdy RP. Principles of solid substrate fermentation. The Filamentous fungi 4. Ed. JE Smith, DR Berry and B Kristiansen, E Arnold, London; 1983:117-44.

2. Mudgett RE. Solid state fermentation. Manual of Industrial Microbiology and Biotechnology. Demain. Mc Graw Hill, N. York, London, Paris; 1986:66-83.

3. Reid ID. Solid state fermentation for biological delignification. Enzyme Microb. Techn. 1989;11:786-803.

4. Kumar PKR, Lonsane BK. Potential of fed-batch solid state fermentation for production of gibberellic acid. Biotechn. Lett. 1987;22:139-43.

5. Mitchell DA, Lonsane BK. Future Potential. Solid Substrate Cultivation. Doelle HW y otros. Elsevier Applied Science, London, N. York; 1992:14.

la generación del calor metabólico y los procesos de transporte de energía y masa que tienen lugar en el sistema. Por tal motivo resulta importante disponer de un procedimiento de cálculo que permita describir matemáticamente este tipo de proceso de transformación como base para la predicción de las condiciones de operación para la escala de producción.

El objetivo del presente trabajo consiste en obtener un modelo matemático que permita relacionar el comportamiento temporal del perfil de temperatura del aire con respecto a la altura de la cama de sólidos en dependencia del flujo de aire alimentado al sistema, considerando para esto la cinética de crecimiento de los microorganismos. Tomando en cuenta de que en el caso particular de Cuba, la fermentación en estado sólido resulta una vía interesante para el tratamiento de desechos de la industria azucarera, donde estos residuos pueden ser sacarificados o hidrolizados por los hongos, transformándose en un producto proteico que puede ser usado en la alimentación animal y para la obtención de celulasas [9, 10], el modelo particular que se presenta se ha desarrollado para describir la fermentación sólida del bagazo en presencia de *Aspergillus niger*.

## Antecedentes

Para describir el proceso de fermentación en estado sólido se han empleado dos tipos de modelos fundamentales: macroscópicos y de dispersión. Los modelos macroscópicos se basan en un balance global de energía en el fermentador, donde el calor metabólico se expresa en función del patrón de crecimiento de los microorganismos, el cual suele suponerse lineal, exponencial o logístico [11, 12]. Este tipo de modelo permite estimar el flujo de aire necesario para mantener la temperatura del cultivo en un valor que garantice su desarrollo [13]. Sin embargo, no es adecuado para estimar el perfil de temperatura del aire con respecto a la altura de la cama de sólidos, ni tampoco para predecir la humedad del sólido.

Los modelos de dispersión parten de la aplicación de las ecuaciones a fenómenos de transporte para describir el perfil de temperatura del aire en el interior del reactor, mientras que la evolución del cultivo, el consumo de oxígeno y la generación de productos metabólicos se describen mediante ecuaciones que representan un patrón de crecimiento de los microorganismos y expresiones relacionadas con el balance de masa [14-19]. Dentro de los modelos de dispersión uno de los más recientes es el propuesto por Weber, cuyo aporte fundamental es que considera, además del balance de energía, el balance de agua y, por lo tanto, permite describir el comportamiento de la humedad del cultivo [19]. En este modelo todas las predicciones se basan en la velocidad de consumo de oxígeno, la cual se obtiene experimentalmente, por lo que su uso está concebido para sistemas en operación. Esto constituye una limitación cuando se quiere simular o diseñar estos sistemas, ya que la mayoría de los datos que aparecen reportados en la literatura están relacionados con la velocidad de crecimiento máxima de los microorganismos y el coeficiente de rendimiento biomasa/sustrato. Por esta razón, en este trabajo se propone realizar una modificación a este modelo de forma tal que el mismo

quede expresado en función de la cinética de crecimiento de los microorganismos.

## Planteamiento del modelo

### Obtención de las ecuaciones básicas

El modelo que se propone en este trabajo se basa en el de Weber, con la diferencia de que la velocidad de consumo de oxígeno se predice en base a un conjunto de consideraciones termodinámicas y cinéticas relacionadas con el crecimiento de los microorganismos. El modelo propuesto por Weber se basa en el planteamiento de las ecuaciones de transporte de energía y masa y un conjunto de consideraciones [19] que permiten llegar a una forma simplificada de las ecuaciones de balance de energía y de masa según las expresiones (1) y (2):

$$0 = -R_o \cdot \Delta H_o - \frac{F_a \cdot [H(T_w) - H(T_e)]}{Z_t} \quad (1)$$

$$(1 - \epsilon) \cdot \frac{dC_w}{dt} = (Y_{w/o} - X_{ws} \cdot Y_{x/o}) \cdot R_o - F_a \cdot \frac{y(T_w - T_e)}{Z_t} \quad (2)$$

$R_o$  velocidad de consumo de oxígeno (kg de oxígeno/ $m^3$  de reactor/s)

$\Delta H_o$  calor estándar de combustión de moléculas orgánicas (J/kg de oxígeno)

$F_a$  Flujo de aire superficial (kg de aire seco/ $m^2$ /s)

$Z$  posición en el reactor en la dirección altura (m)

$\epsilon$  porosidad de la cama de sólido ( $m^3$  de aire/ $m^3$  de reactor)

$t$  tiempo (h)

$Y_{w/o}$  coeficiente de rendimiento (kg de agua/kg de oxígeno)

$X_{ws}$  contenido de agua del soporte sólido (kg de agua/kg de soporte sólido)

$Y_{x/o}$  coeficiente de rendimiento (kg de biomasa seca/kg de oxígeno)

$T$  temperatura (K)

La ecuación (1) representa el balance de energía y se utiliza para estimar el flujo de aire seco necesario ( $F_a$ ) para mantener una diferencia de temperatura en la dirección altura del reactor ( $T_w - T_e$ ) de la cual la velocidad de consumo de oxígeno ( $R_o$ ) es independiente. Esta diferencia es específica del microorganismo que se utilice en el proceso.

La ecuación (2) representa el balance de agua en el sistema y se relaciona con el balance de energía teniendo en cuenta que la energía evolucionada en forma de calor metabólico durante el proceso se extrae del sistema mediante el flujo de aire a través del mecanismo de evaporación. Esta consideración, tomada en cuenta por Weber [19], ha sido demostrada previamente en un proceso de fermentación en estado sólido mediante experimentos realizados por Gutiérrez Rojas [20].

Una consideración muy importante presente en las ecuaciones de balances es que el patrón de flujo de aire que circula a través del reactor es del tipo pistón, razón por la cual la única coordenada del reactor que aparece en las ecuaciones es la altura  $Z$ .

6. Gutiérrez M. Contribución al estudio del modelado matemático de la fermentación sólida de hongos filamentosos en soportes inertes. Tesis de Grado para Doctor en Ciencias, 1995, UAM, Izta-palapa, México.

7. Smith RE, Osothsilp Ch, Bicho P, Gregory KF. Improvement in the Protein Content of Cassava by *Sporotrichum pulvurentum* in Solid State Culture. *Biotechn. Letters* 1986;8,1:31-6.

8. Valiño E, Elias A, Alvarez E, Albelo N. Caracterización del funcionamiento de la cámara de fermentación para la producción de Saccharina. *Revista Cubana de Ciencias Agrícolas* 1996;30:67.

9. Rodríguez JA. Optimization of Solid State Fermentation of Citrus Dried Peel by *Aspergillus niger* in a Packed Bed Column. *Acta Biotechn.* 1986;6,3:253-8.

10. Valiño E, Dustet J. Caracterización de celulasas de *Aspergillus fumigatus*. *Revista Cubana de Ciencias Agrícolas* 2000;34:227.

11. Sangsurasak P, Nopharatana M, Mitchell D. Mathematical Modeling of the Growth of Filamentous Fungi in Solid State Fermentation. *Journal of Scientific and Industrial Research* 1996;v 55,May-June:333-42.

12. Mitchell DA, Berovic M, Krieger N. Overview of solid state bioprocessing. *Biotechnology Annual Review* 2002;8: 183-225.

13. Rodríguez JA, Torres A, Echevarría J, Saura G. Energy Balance in Solid State Fermentation Process. *Acta Biotechn.* 1991;11:9-14.

14. Ashley VM, Mitchell DA, Howes T. Evaluating strategies for overcoming overheating problems during solid state fermentation in packed bed bioreactors. *Biochem. Eng. J.* 1999;3,2:141-50.

15. Mitchell DA, von Meien OF. Mathematical modeling as a tool to investigate the design and operation of the Zymotis packed-bed bioreactor for solid-state fermentation. *Biotechnology Bioengineering* 2000;68,2:127-35.

16. Sangsurasak P, Mitchell DA. Validation of a model describing 2-dimensional heat transfer during solid-state fermentation in packed bed bioreactors. *Biotechnology Bioengineering* 1998;60,6:739-49.

17. Saucedo-Castañeda G, Gutiérrez-Rojas M, Bacquet G, Raimbault M, Viniegra-González G. Heat transfer simulation in solid substrate fermentation. *Biotech. Bioeng.* 1990;35:802-8.

18. Hasan SDM, Costa JAV, Sanzo AVL. Heat transfer simulation of solid state fermentation in a packed-bed bioreactor. *Biotechn. Tech.* 1998;12,10:787-91.

19. Weber F, Tramper J, Rinzema A. Simplified Material and Energy Balance Approach for Process Development and Scale-Up of *Coniothyrium minitans* Conidia Production by Solid State Cultivation in a Packed-Bed Reactor. *Biotechnology and Bioeng.* 1999;65,4, November 20.

20. Gutiérrez-Rojas M, Amar Aboul Hosn S, Auria R, Revah S, Favela Torres E. Heat transfer in Citric Acid Production by Solid State Fermentation. *Process Biochemistry* 1996;v 31,n4:363-9.

La entalpía  $H(T)$  del aire, que es una función de la temperatura  $T$ , la humedad  $y$  y el calor de vaporización del agua  $\Delta H_w$ , se determina por la siguiente ecuación:

$$H(T) = C_{pa} \cdot (T - T_r) + y \cdot [C_{pv} \cdot (T - T_r) + \Delta H_w] \quad (3)$$

$C_{pa}$  calor específico del aire seco (J/kg de aire seco/K)  
 $C_{pv}$  calor específico del vapor de agua (J/kg/K)

donde  $T_r$  es la temperatura de referencia,  $C_{pa}$  el calor específico del aire y  $C_{pv}$  el calor específico del vapor de agua.

La humedad  $y$  es una función de la presión de vapor  $P_w$ , que a su vez es función de la temperatura. En este caso estas variables se estiman a través de las siguientes expresiones:

$$y = \frac{0.622 \cdot P_w}{(P - P_w)} \quad (4)$$

$$P_w = \exp \left[ 23.59 - \frac{4045}{T - 37.7} \right] \quad (5)$$

$P_w$  presión de vapor de agua (Pa)

$P$  presión atmosférica (Pa)

donde  $P$  es la presión total en el fermentador.

El primer término del lado derecho de las ecuaciones de balance de energía y de agua representan las cinéticas de evolución de calor metabólico y de producción de agua durante el metabolismo, respectivamente. Ambos términos están en función de la velocidad de consumo de oxígeno  $R_o$ , la cual es una variable que se mide experimentalmente en muchos procesos de fermentación en estado sólido. En ocasiones solo es posible determinar esta variable para describir la cinética del proceso dadas las características particulares del sistema que se estudia. Por otra parte, la velocidad de consumo del oxígeno se relaciona a través de los coeficientes de rendimiento con otras velocidades de cambio del proceso de fermentación. En la mayor parte de los casos estos coeficientes de rendimiento tienen que ser estimados a partir de consideraciones teóricas y prácticas del proceso de fermentación [13, 19]. Así la relación entre  $R_o$  y la producción de la biomasa  $R_x$ , es:

$$R_o = -\frac{1}{Y_{so}} \cdot R_x \quad (6)$$

$R_x$  velocidad de producción de biomasa (kg de biomasa seca/m<sup>3</sup> de reactor/s)

Por último, los principios del balance de masa permiten obtener las ecuaciones que representan la evolución de la concentración de biomasa y de sustrato sólido. En este caso, la concentración de biomasa se describe a través de la relación:

$$\frac{dC_x}{dt} = \frac{1}{1 - \epsilon} \cdot R_x \quad (7)$$

mientras que el sustrato sólido está dado por:

$$\frac{dC_s}{dt} = \frac{-Y_{so}}{1 - \epsilon} \cdot R_o \quad (8)$$

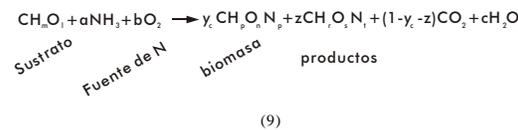
$C_s$  concentración de sólido en el reactor (kg sólido seco/m<sup>3</sup> de reactor)

$Y_{s/o}$  coeficiente de rendimiento (kg de sustrato/kg de oxígeno)

Nótese que las ecuaciones (2) (6) y (8) involucran los coeficientes de rendimiento agua/oxígeno  $Y_{w/o}$ , biomasa/oxígeno  $Y_{x/o}$  y sustrato/oxígeno  $Y_{s/o}$ , mientras que en la literatura normalmente se reportan los valores del rendimiento biomasa/sustrato  $Y_{x/s}$ . La base para la estimación teórica de estos coeficientes es el análisis termodinámico del proceso de fermentación. Por otra parte, las ecuaciones (6) y (7) involucran la velocidad de crecimiento de la biomasa  $R_x$ , la cual es una función del patrón de crecimiento de los microorganismos y se obtiene a partir de consideraciones cinéticas.

### Estimación de los coeficientes de rendimiento a partir de consideraciones termodinámicas

A pesar del número apreciable de reacciones que tienen lugar durante el metabolismo celular, el crecimiento de la biomasa y la formación de productos se pueden describir a partir de la ecuación estequiométrica siguiente [21]:



El análisis termodinámico del proceso de fermentación se basa en considerar la expresión (9) como un proceso parcial de oxidación reducción con una transferencia de electrones al oxígeno. El grado de reducción  $\gamma$  de la biomasa, del producto y del sustrato se define como el número de electrones que se transfieren al oxígeno durante la oxidación completa de cada uno de estos componentes del metabolismo celular y se determinan por:

$$\gamma_s = 4 + m - 2 \cdot l \quad (10)$$

para la biomasa:

$$\gamma_b = 4 + p - 2 \cdot n - 3 \cdot q \quad (11)$$

mientras que para el producto:

$$\gamma_p = 4 + r - 2 \cdot s - 3 \cdot t \quad (12)$$

Por otra parte aplicando la ley de Hess para calcular el calor evolucionado en la reacción que representa la ecuación (9) a partir de las reacciones de combustión completa de la biomasa, el sustrato y los productos a  $\text{CO}_2$ ,  $\text{H}_2\text{O}$  y  $\text{NH}_3$  se obtiene:

$$Q = \gamma \cdot Q_s - \gamma_c \cdot \gamma_b \cdot Q_b - z \cdot \gamma_p \cdot Q_p \quad (13)$$

$Q$  calor metabólico evolucionado en el crecimiento celular (J/kg de biomasa seca)

$Q_s$  calor estándar de combustión del sustrato (J/kg de sustrato)

$Q_b$  calor estándar de combustión de la biomasa (J/kg de biomasa seca)

21. Minkevich IG, Eroshin VK. Productivity and Heat Generation of Fermentation under Oxygen Limitation. Folia Microbiologica; 1973,18:376-85.

$Q_p$  calor estándar de combustión del producto extracelular (J kg de producto)  
 $z$  posición en el reactor en la dirección altura (m)  
 donde ha sido demostrado que  $Q_s$ ,  $Q_b$  y  $Q_p$  tienen valores muy próximos entre sí, aproximadamente 27 kcal/mol de  $\epsilon$  transferidos al oxígeno o  $1.4 \cdot 10^7$  J/kg de oxígeno consumido [19, 21]. Por lo tanto, sustituyendo  $Q_s$ ,  $Q_b$  y  $Q_p$  por  $DH_o$ , que representa el calor estándar de combustión de esas moléculas orgánicas, el calor metabólico generado puede estimarse a partir de la relación:

$$Q = \Delta H_o \cdot \gamma_s \cdot (1 - \eta - \xi_p) \quad (14)$$

$\eta$  rendimiento energético de la biomasa (J en la biomasa formada/J del sustrato transformado)

$\xi_p$  rendimiento energético del producto extracelular (J en el producto formado/J del sustrato transformado)

En la ecuación 14,  $\eta$  y  $\xi_p$  representan los rendimientos energéticos de la biomasa y los productos, respectivamente. Conocido el grado de reducción, los coeficientes energéticos de la biomasa y del producto se expresan a través de las siguientes ecuaciones:

$$\eta = \frac{\gamma_b}{\gamma_s} \cdot \gamma_c \quad (15)$$

$$\xi_p = \frac{\gamma_p}{\gamma_s} \cdot z \quad (16)$$

y en función de los coeficientes de rendimientos:

$$\eta = \frac{\sigma_b \cdot \gamma_b}{\sigma_s \cdot \gamma_s} Y_{x/s} \quad (17)$$

$$\xi_p = \frac{\sigma_p \cdot \gamma_p}{\sigma_s \cdot \gamma_s} Y_{p/s} \quad (18)$$

$Y_{x/s}$  coeficiente de rendimiento (kg de biomasa seca/kg de sustrato consumido)

$Y_{p/s}$  coeficiente de rendimiento (kg de producto/kg de sustrato consumido)

Los rendimientos  $\eta$  y  $\xi_p$  tienen el mismo significado físico que un rendimiento energético común en cálculos de Ingeniería Química y representan la energía que contienen la biomasa y el producto formados con respecto a la energía del sustrato metabolizado (en los organismos heterótrofos la fuente principal de energía para el metabolismo es además la fuente de carbono). Los valores límites de  $\eta$  y  $\xi_p$  son 0 y 1 respectivamente. Sin embargo, se ha encontrado por la experiencia práctica que el valor de  $\eta$  nunca ha sido superior a 0.7 y se explica en virtud de la segunda Ley de la Termodinámica [22]. Lo anterior permite estimar el valor límite para  $Y_{x/s}$  y de todos los coeficientes de rendimientos de la fermentación que sean función de  $\eta$  y  $\xi_p$ . En este caso, el coeficiente de rendimiento biomasa/sustrato se calcula como:

$$Y_{x/s} = \frac{\sigma_s \cdot \gamma_s \cdot \eta}{\sigma_b \cdot \gamma_b} \quad (19)$$

el coeficiente de rendimiento biomasa/oxígeno está dado por:

$$Y_{x/o} = \frac{3}{2} \cdot \frac{\eta}{\sigma_b \cdot \gamma_b (1 - \eta - \xi_p)} \quad (20)$$

el coeficiente de rendimiento agua/oxígeno se expresa de la forma:

$$Y_{w/o} = 0.78 \cdot \left( 0.75 \cdot \frac{m \cdot \gamma - p}{\eta \cdot \gamma_s} \right) \cdot \frac{\eta}{1 - \eta} \quad (21)$$

mientras que para el coeficiente de rendimiento sustrato/oxígeno se obtiene:

$$Y_{s/o} = \frac{Y_{x/o}}{Y_{x/s}} \quad (22)$$

En las ecuaciones (19) y (20)  $s_s$  y  $s_b$  representan los gramos de carbono por gramo de biomasa y de producto, mientras que  $s_s$  representa los gramos de carbono por gramo de sustrato.

### Estimación de la velocidad de producción de la biomasa a partir de consideraciones cinéticas

La expresión correspondiente a la velocidad de crecimiento de la biomasa  $R_x$  depende del patrón de crecimiento de los microorganismos, el cual se determina experimentalmente. En sistemas de fermentación en estado sólido generalmente, este patrón se supone de tipo lineal, exponencial o logístico [11, 12]. El microorganismo de interés en este trabajo es *Aspergillus niger*, el cual presenta un patrón de crecimiento lineal cuando se desarrolla sobre bagazo de caña de azúcar y se representa por la siguiente ecuación:

$$C_x = M \cdot t + C_o \quad (23)$$

$C_x$  concentración de biomasa en el soporte sólido (kg de biomasa seca/m<sup>3</sup> de soporte sólido)

donde  $t$  es el tiempo,  $M$  es una constante que se determina experimentalmente para un cultivo y un sustrato dado y  $C_o$  es la concentración del inóculo. La velocidad de crecimiento de la biomasa se determina entonces de la forma:

$$R_x = \frac{dC_x}{dt} = M \quad (24)$$

El modelo matemático para describir el proceso de fermentación en estado sólido del bagazo de caña con el hongo celulolítico *Aspergillus niger* queda compuesto por el conjunto de ecuaciones siguientes:

1. Ecuaciones fenomenológicas de balances de agua y energía.
2. Ecuaciones termodinámicas para la estimación de los coeficientes de rendimiento que relacionan las diferentes velocidades de cambio en el proceso.
3. Ecuaciones cinéticas para la descripción de las diferentes velocidades de cambio consideradas en el proceso.

22. Erickson LE, Minkevich IG, Eroshin VK. Application of Mass and Energy Balance Regularities in Fermentation. Biotechn. and Bioeng.; 1978,25:1595-621.

4. Ecuaciones auxiliares para la determinación de la entalpía del aire húmedo.

La secuencia de cálculo para aplicar y validar este modelo es en este caso:

1. Usar la información cinética experimental determinada en el laboratorio que puede consistir en una velocidad de cambio diferente a la velocidad de consumo de oxígeno.

2. Estimación de los coeficientes de rendimiento que vinculen la velocidad de cambio medida experimentalmente con la velocidad de consumo de oxígeno.

3. Estimación de la velocidad de consumo de oxígeno.

4. Aplicación de las ecuaciones fenomenológicas de balances de energía y de agua para estimar el valor de variables de interés que puedan ser comparadas con la información experimental medida en el proceso.

## Resultados y Discusión

### Comparación entre los resultados experimentales y los teóricos en la escala de banco.

Para comparar los resultados experimentales de la escala de banco con los teóricos predichos por el modelo se usó la información cinética experimental determinada en el laboratorio.

Microorganismo empleado:

*Aspergillus niger* cepa J1. Se identificó en el Instituto de Ciencia Animal de la Habana. Su aislamiento se produjo en la Facultad de Ingeniería Química del ISPJAE a partir de bagazo de caña.

Medio de conservación: El microorganismo se conserva en cuñas con Agar Extracto de Malta a 4 °C.

### Determinación de la cinética del proceso de fermentación

El estudio cinético se realizó en columnas de vidrio con las dimensiones reportadas por Raimbault, 1980 [23] con una carga inicial de 20 g de sólido húmedo. La composición y otras condiciones iniciales del cultivo se reportan en las Tablas 1 y 2. Los detalles sobre el

muestreo y la determinación de las variables medidas se reportan en Dustet *et al.*, 2002 [24].

### Estudio del proceso en un biorreactor de escala de banco

Como sistema experimental para validar las consideraciones del modelo se seleccionó un biorreactor de geometría rectangular con dimensiones de 0.2 m de ancho 0.54 m de largo y 0.8 m de altura. El diseño permite despreciar los gradientes de temperatura en las direcciones largo y ancho, reflejándose solo en la dirección altura, tal y como se establece en una de las consideraciones fundamentales del modelo. Los detalles del biorreactor se reportan en Dustet *et al.*, 2002 [24]. En esta escala la carga inicial fue 8 kg de sólido húmedo. En estos estudios solo se registraron el valor del flujo de aire y la temperatura media del cultivo, la temperatura de entrada del aire y la varianza de la temperatura del medio de cultivo en función del tiempo. La temperatura del cultivo fue medida en varios puntos del biorreactor según Dustet *et al.*, 2002 [24] para determinar su valor medio y varianza.

El criterio de validación adoptado fue la comparación entre la temperatura de salida del aire medida experimentalmente y la temperatura de salida predicha por el modelo. La solución de las ecuaciones diferenciales se realizó mediante el método de diferencias finitas.

### Análisis del sistema de fermentación con *Aspergillus niger*

*Aspergillus niger* utiliza el bagazo (la celulosa y la hemicelulosa) como soporte y sustrato para su crecimiento. Los parámetros termodinámicos asociados a este sistema se presentan en la Tabla 3.

La cinética de crecimiento de este hongo se obtuvo experimentalmente, para lo cual se tomó como base el comportamiento de la concentración de sustrato con respecto al tiempo (Figura 1). Un procedimiento similar fue usado por Saucedo-Castañeda, 1992 [25] para describir el comportamiento cinético del cultivo de una levadura de la especie *Schwanniomyces castelli* en una fermentación sólida. Los resultados mostrados en la Figura 1 corresponden a dos corridas experimentales

23. Raimbault M, Alazard D. Culture Method to study fungal growth in solid state fermentation. *Europ. J. Appl. Microbiol. Biotech.* 1980;9:199-209.

24. Dustet J, Peña J, Pérez W, Díaz M. Evaluación de un nuevo prototipo de biorreactor para fermentaciones en estado sólido de residuos fibrosos. *Revista Cubana de Ciencias Agrícolas* 2002;36,4:379-83.

25. Saucedo-Castañeda G y otros. Maintenance of Heat and Water Balances as a Scale-up Criterion for the Production of Ethanol by *Schwanniomyces castelli* in a Solid State Fermentation System. *Process Biochem.* 1992;27:97-107.

Tabla 1. Composición del medio de cultivo para la fermentación con el hongo *Aspergillus niger* J 1

Temperatura óptima	308 K
Tamaño de inóculo	10 <sup>7</sup> esporas/g de bagazo seco
	Bagazo tratado con NaOH: 85.6%
	Urea: 2%
Condiciones iniciales*	(NH <sub>4</sub> ) <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> : 8.4%
	KH <sub>2</sub> PO <sub>4</sub> : 4%
	Humedad: 70%
	pH: 4.5

\*El por ciento de sólido se reporta en base libre de humedad

Tabla 2. Variables de operación establecidas para la fermentación con el hongo *Aspergillus niger* J 1 en la escala de banco

Altura de la cama de sólido	0.35 m
Porosidad de la cama*	0.4
Temperatura de entrada del aire	(303-306) K
Flujo de aire	0.006-0.01 kg a.s./m <sup>2</sup> .s

\*Valor asumido

Tiempo de fermentación 48 horas

Tabla 3. Parámetros termodinámicos para el sistema de fermentación con *Aspergillus niger*

<i>Aspergillus niger</i> *	$\sigma_b = 0.454$	$\gamma_b = 4.09$
Bagazo*	$\sigma_s = 0.400$	$\gamma_s = 4.00$

\*CH<sub>1.77</sub>O<sub>0.72</sub>N<sub>0.08</sub> (Rodríguez, 1991)

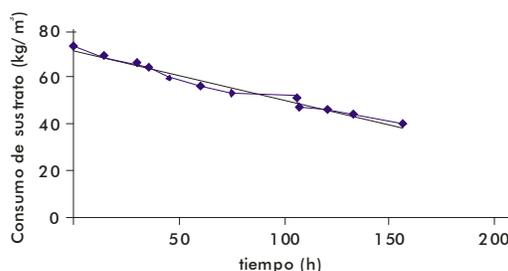


Figura 1. Comportamiento cinético del sustrato sólido (bagazo) con *Aspergillus niger* en columnas de vidrio [Raimbault, 1980] a una temperatura de 308 K.

diferentes y en cada punto se promedia el resultado de dos análisis de la variable. En el presente caso se evidenció un patrón de crecimiento lineal, obteniéndose la expresión cinética:

$$C_s = -0.21 \cdot t + 71.664 \quad (25)$$

La ecuación (25) se obtuvo mediante el ajuste estadístico de los datos experimentales, donde el coeficiente de correlación  $R^2$  calculado fue de 0.992.

Según Mitchell, 1992 [5] el patrón de crecimiento más probable de hongos filamentosos cuando utilizan un compuesto lignocelulósico tal es el caso del bagazo como sustrato, es el lineal.

Debido a esta forma de crecimiento el flujo de aire aplicado y las temperaturas de entrada y salida del mismo permanecieron constantes durante ciertos intervalos de tiempo dentro de las 48 horas de fermentación en la escala de banco. Las Figuras 2 y 3 muestran el comportamiento de las temperaturas medias de entrada y de salida del aire (la del cultivo), la varianza de la temperatura del cultivo y del flujo de aire, respectivamente. Se puede observar como para diferentes intervalos de tiempo el comportamiento del flujo de aire se corresponde con la tendencia que predice la ecuación (1) cuando el patrón de crecimiento es lineal siendo  $R_x$  (ecuación 24) y  $R_o$  (ecuación 6) constantes en el tiempo.

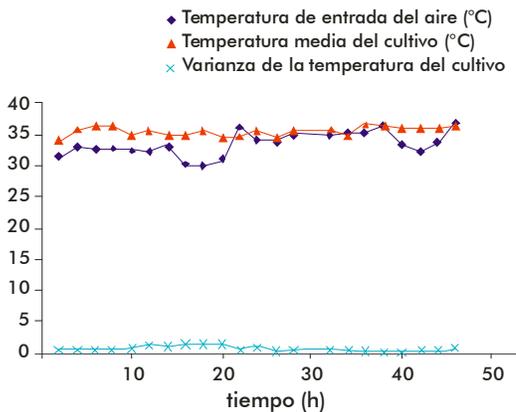


Figura 2. Comportamiento experimental en la escala de banco de la temperatura en la fermentación con *A. niger J 1*.

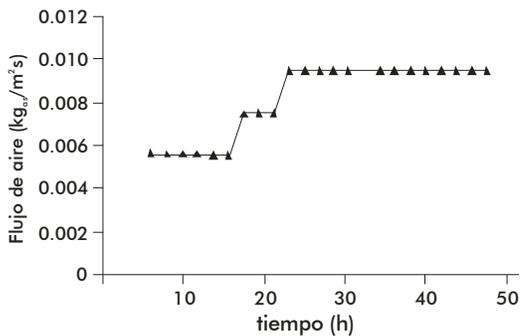


Figura 3. Comportamiento experimental en la escala de banco del flujo de aire para la fermentación con *A. niger J 1*.

Una vez comparada la tendencia experimental para el flujo de aire con la predicha por el modelo se procedió al cálculo de la temperatura de salida del aire y de otros parámetros de interés sobre el cultivo.

Para calcular la temperatura del aire se procedió de la siguiente forma. A partir de la ecuación (25) se obtiene:

$$R_s = \frac{dC_s}{dt} = -0.21$$

de donde, suponiendo un coeficiente de rendimiento  $Y_{x/s}$  de 0.5, se obtiene:

$$R_x = 0.105$$

A partir de la ecuación (17) y de los datos reportados en la Tabla 3 se calcula:

$$\eta = 0.45$$

Considerando que  $\eta + \xi_p$  es igual a 0.7 se obtiene el coeficiente de rendimiento (ecuación 20):

$$Y_{x/o} = 1.21$$

de donde de la ecuación 6:

$$R_o = -0.086 \quad \text{kg/m}^3 \cdot \text{h}$$

La temperatura de salida del aire se calcula entonces a partir de la ecuación (1), tomando como base los valores de flujo y temperatura de entrada del aire con que se realizó la fermentación a escala de banco (Tabla 2, Figuras 2 y 3). La comparación entre los resultados experimentales y teóricos se muestra en la Tabla 4.

Existe una buena correspondencia entre el valor experimental de la temperatura y el predicho por el modelo con las suposiciones realizadas.

Los parámetros obtenidos en el cultivo de *A. niger* tienen el mismo orden de magnitud que los reportados por Weber, et. al., 1999 [19] en el cultivo del hongo *Coriothyrium minitans* usando avena como sustrato

Tabla 4. Temperatura de salida del aire para el sistema de fermentación con *Aspergillus niger*.

Intervalo de tiempo (h)	Experimental (K)	Teórica (K)	Error relativo (%)
0-10	309	313.8	1.60
11-20	308	310.5	0.80
20-48	308	311.0	0.97

Tabla 5. Comparación de parámetros del cultivo de *A. niger J 1* con los reportados por Weber 1999.

	<i>C. minitans</i> (Weber 1999)	<i>A. niger J 1</i>
$R_o$ (kg O <sub>2</sub> /m <sup>3</sup> s)	2.6 10 <sup>-5</sup> a	2.4 10 <sup>-5</sup> c
$Y_{s/o}$	2.34b	2.42c
$Y_{x/o}$	0.85b	1.21c
$Y_{w/o}$	0.77b	0.6c
$F_a$ (kgas/m <sup>2</sup> s)	0.021c	0.01a

a: valor experimental, b: valor supuesto, c: valor calculado

sólido (Tabla 5). Este microorganismo al igual que la cepa *J1 de A. niger*, describió un patrón de crecimiento lineal.

En la Tabla 8 se comparan los valores del % de humedad media experimental, la varianza correspondiente (de dos experiencias en la escala de banco) y el % de humedad calculado por el modelo a las 48 horas de cultivo.

Al comparar los valores del por ciento de humedad media experimental y la varianza correspondiente a las experiencias en la escala de banco con el por ciento de humedad calculado por el modelo a las 48 horas de cultivo se observa una adecuada correspondencia entre el valor experimental y el calculado para la variable (Tabla 8).

### Conclusiones

En el trabajo se ha usado un modelo matemático para describir un proceso estático de fermentación en estado sólido. El modelo tomado de la literatura como referencia fue modificado a partir de la incorporación de las consideraciones termodinámicas que permiten estimar algunos coeficientes de rendimiento de difícil

acceso por la vía experimental para procesos de fermentación en estado sólido. Mediante la estrategia de solución planteada es posible describir el comportamiento de las variables más importantes que caracterizan los procesos de fermentación en estado sólido utilizando la información cinética del proceso determinada experimentalmente. Dicha estrategia permite, además, usar varias velocidades de cambio relacionadas con el crecimiento del microorganismo para dar solución al modelo. Este se usó para predecir parámetros de difícil acceso por la vía experimental en un sistema de fermentación sólida obteniéndose resultados satisfactorios desde el punto de vista teórico y práctico.

Tabla 5. Humedad final del cultivo de *A. niger* en la escala de banco a las 48 horas.

	Experimental		Teórica	Error relativo	
	Corrida 1	Corrida 2		Corrida 1	Corrida 2
Media	70.54%	67.23%	69.3%	1.8%	3%
Varianza	4.91	1.49			

*Received in July, 2003. Accepted for publication in April, 2004.*